Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2015

Model Test clasa a IX-a Secţiunea Mate-Info - faza de calificare

(10pt) **1.** Să se determine suma $S = x_1 + x_2 + ... + x_{100}$ unde şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este definit astfel:

$$x_0 = 0,\ x_{n+1} = x_n + 1,\ \forall n \in \mathbb{N}.$$

a) 1050 b) 2050 c) 3050 d) 100 e) 4050 f) 5050

(10pt) **2.** O minge lăsată să cadă liber de la o înălţime h sare, după ciocnirea cu solul, $\frac{2}{5}$ din h. Dacă mingea este lăsată să cadă de la 4 m, după câte ciocniri cu solul ea nu sare mai sus de 50 cm?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6

(10pt) **3.** Câte numere întregi sunt în intervalul $\left(\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}\ ,\ \frac{1}{\sqrt{17}-\sqrt{15}}\right)$?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

(10pt) **4.** Fie $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R}$ astfel încât $a < b$ şi $c < d$. Dacă $[a, b] \bigcap [c, d] = [c, b]$, să se stabilească relaţia de ordine între $a,\ b,\ c,\ d$.

a) $a < c < b < d$ b) $a < b < c < d$ c) $a \le c \le b \le d$
d) $a < d < b < c$ e) $a \le c < b \le d$ f) $a < d < c < b$

(10pt) **5.** Câte numere de 5 cifre au toate cifrele numere pare?

a) $4 \cdot 5^5$ b) $5 \cdot 5^5$ c) $5 \cdot 5^4$ d) $4 \cdot 5^4$ e) $3 \cdot 5^4$ f) $3 \cdot 5^5$

(10pt) **6.** Se consideră pătratul $MNPQ$ cu latura egală cu 2. Atunci $\left|\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}\right|$ este egal cu:

a) $4-\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{2}$ d) 2 e) $4\sqrt{2}$ f) $4+\sqrt{2}$

(10pt) **7.** Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\left[\frac{x+2}{4}\right] = \frac{x-3}{3}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x, este:

a) $\varnothing$ b) $[-1, 0)$ c) $\{9, 12\}$ d) $\{9, 12, 15\}$ e) $\{9, 12, 15, 18\}$ f) $\{9, 12, 15, 18, 21\}$

(10pt) **8.** Determinaţi suma $S = 1 + 11 + 111 + \ldots + \underbrace{111\ldots1}_{2015 \text{ cifre}}$.

a) $S = 10^{2014} + 1$ b) $S = 10^{2015} + 1$ c) $S = 10^{2016} + 1$
d) $S = 10^{2015} + 10^{1002} + 1$ e) $S = \frac{10(10^{2015}-1)}{9} - \frac{2015}{9}$ f) $S = \frac{10(10^{2015}-1)}{81} - \frac{2015}{9}$

(10pt) **9.** Numărul soluţiilor reale, distincte, ale ecuaţiei $\big|x - |2x+1|\big| = 3$ este

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

(10pt) **10.** Se dă triunghiul ABC şi punctele $M \in (AB)$ şi $N \in (AC)$ astfel încât $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{NA} = \frac{1}{2}$. Dacă D este mijlocul segmentului (MN) şi $AD \cap BC = \{E\}$, atunci valoarea raportului $\frac{BE}{EC}$ este:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 1 e) 2 f) 3

(10pt) **11.** Fie ABC un triunghi. Se construieşte un triunghi $A_1B_1C_1$ astfel încât vectorii de poziţie ai vârfurilor sunt egali cu $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ şi $\overrightarrow{CA}$. Care este raportul dintre aria triunghiului $A_1B_1C_1$ şi aria triunghiului ABC ?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) 3 f) 6

(10pt) **12.** Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ are proprietatea $f(x+2) - f(x+1) = 2x + 8$, pentru orice număr real x. Calculaţi $f(2) - f(-2)$.

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18 f) 20

Notă. Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspuns corect se acordă 10 puncte, pentru lipsa unui răspuns se acordă 2 puncte, iar pentru un răspuns incorect zero puncte. Timp de lucru 2 ore.