Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2015

Model Test clasa a X-a Secţiunea Ştiinţe ale Naturii - faza de calificare

(10pt) **1.** Se consideră numărul $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot ... \cdot \log_{15} 16$. Atunci:

a) $A = 1$ b) $A = 2$ c) $A = 4$ d) $A = 8$ e) $A = 10$ f) $A = 16$

(10pt) **2.** Precizaţi în ce interval se află soluţia ecuaţiei $3^x \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$.

a) $[-9, -5)$ b) $[-5, 0)$ c) $[0, 5)$ d) $[5, 8)$ e) $[8, 10]$ f) $[10, 27]$

(10pt) **3.** Fie $A = \{a \in \mathbb{R} \mid f_a \text{ este bijectivă}\}$, unde $f_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_a(x) = \begin{cases} 3x-2 & ,x \le 1 \\ x+a & ,x > 1 \end{cases}$. Atunci:

a) $A = \{0\}$ b) $A = [0, \infty)$ c) $A = \{1\}$ d) $A = (-\infty, 1]$ e) $A = \{-2\}$ f) $A = (-2, \infty)$

(10pt) **4.** Fie $z = \frac{(1-2i)(1+i)}{1-i}$. Valoarea sumei $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z + |z|$ este egală cu:

a) 0 b) 3 c) i d) $2 - i$ e) $3 + \sqrt{5}$ f) $3 - \sqrt{3}$

(10pt) **5.** Valoarea lui $\log_6 27$ în funcţie de $b = \log_3 16$ este:

a) $\frac{2}{2b-3}$ b) $\frac{b-4}{3}$ c) $2b + 3$ d) $\frac{1}{2b-3}$ e) $\frac{12}{b+4}$ f) $\frac{2}{2b+3}$

(10p) **6.** Calculaţi x^{y-z}, dacă $|\sqrt{x-1} - 1| + \sqrt{2^y - 6} + \log_5(z^2 - 2z + 2) = 0$.

a) 3 b) 4 c) 1 d) 2 e) $\log_2 6$ f) nu există

(10p) **7.** Să se afle valoarea expresiei $E(z) = \frac{z^3 + z^4 + ... + z^{15} - 2015}{z^{2016} + 3}$, dacă $z^2 - z + 1 = 0$.

a) -1008 b)1008 c) $-1008i$ d) 1009 e) -504 f) 504

(10p) **8.** Calculaţi $\lg(\operatorname{tg} 1°) + \lg(\operatorname{tg} 2°) + \lg(\operatorname{tg} 3°) + \ldots + \lg(\operatorname{tg} 88°) + \lg(\operatorname{tg} 89°)$.

a) 0 b) $\frac{1}{2} \lg \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2} \lg 2$ d) 1 e) 10 f) alt răspuns

(10p) **9.** Fie A mulţimea numerelor complexe a pentru care $x = 1$ este soluţie a ecuaţiei $(1+2i)x^3 - 2(3+i)x^2 + (5-4i)x + 2a^2 = 0$, $a \in \mathbb{C}$. Atunci $\sum_{a \in A} |a|$ este:

a) $4\sqrt{5}$ b) 4 c) $2\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{2}$ f) 1

(10p) **10.** Dacă $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$, atunci inversa ei este $f^{-1} : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{1\}$ cu:

a) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{x-1}$ b) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{x+1}$ c) nu există inversa
d) $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2}$ e) $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-1}$ f) $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x+1}$

(10p) **11.** Fie numărul $A = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i\sqrt{3}}\right)^n + \left(\frac{\sqrt{3}-i}{1+i\sqrt{3}}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}$. Care afirmaţie este adevărată?

a) $-2 \le A \le 2$, $A \in \mathbb{Z}$ b) $1 < A < 2$ $A \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$ c) $A \in \mathbb{C} \backslash \mathbb{R}$
d) $2 < A < 3$ e) $A \in \mathbb{Q}$, $A > 3$ f) $A < 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

(10p) **12.** Să se determine toate valorile parametrului real m pentru care funcţia f este monotonă pe domeniul ei de definiţie, unde $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \arcsin x + 3m^2 - 4, & x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right] \\ 2x - 1 + \frac{\pi}{6} + m, & x \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \end{cases}$.

a) $m \in \left(-1, \frac{4}{3}\right)$ b) $m = \frac{4}{3}$ c) $m = -1$ d) $m \in \emptyset$ e) $m \in (-\infty, -1)$ f) $m \in \left[-1, \frac{4}{3}\right]$

Notă. Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspuns corect se acordă 10 puncte, pentru lipsa unui răspuns se acordă 2 puncte, iar pentru un răspuns incorect zero puncte. Timp de lucru 2 ore.