

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2017, etapa online
Clasa a X-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnologic, Economic

(10pt) **1.** Fie $f : [-1, 2] \rightarrow [a, b]$, $f(x) = x + 1$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Valoarea sumei $a + b$ pentru care f este inversabilă este :

- a) -1 b) 3 c) 0 d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{3}$ f) 1

(10pt) **2.** Determinați cel mai mare număr întreg x cu proprietatea

$$2 \cdot 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2017} < \frac{1}{2}.$$

- a) -2021 b) -2020 c) -2019 d) -2018 e) -2017 f) -4034

(10pt) **3.** Fie $z = (1 + i)^{2017} + (1 - i)^{2017}$. Care este ultima cifră a lui $|z|$?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6 f) 8

(10pt) **4.** Valoarea raportului $\frac{\ln 15}{\lg 15}$ este

- a) $\frac{e}{10}$ b) 1 c) 15 d) $\lg e$ e) $\ln 10$ f) $-\lg e$

(10pt) **5.** Suma modulelor soluțiilor ecuației $(5 + \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} + (5 - \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} = 98$ este egală cu

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6

(10p) **6.** Fie $m \in \mathbb{C}$. Știind că rădăcinile ecuației $x^2 - mx - 2 = 0$, notate cu x_1, x_2 , verifică relația $\frac{x_1}{x_2} = i$, suma tuturor valorilor posibile ale lui m este egală cu:

- a) 1 b) $-1 - i$ c) -1 d) $2 - i$ e) $1 + i$ f) 0

(10p) **7.** Fie $z = \frac{(1 - 2i)(1 + i)}{1 - i}$. Valoarea sumei $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z + |z|$ este egală cu:

- a) $3 + \sqrt{5}$ b) 3 c) $-1 + \sqrt{5}$ d) i e) $2 - i$ f) $2 + \sqrt{5}$

(10p) **8.** Fie $M = \{x \in \mathbb{Z} : 2x + 1 < 3 \log_3(x + 5)\}$. Precizați numărul elementelor lui M .

- a) 10 b) 9 c) 8 d) 7 e) 6 f) o infinitate

(10p) **9.** Viteza de cădere liberă a unei persoane ce sare dintr-un avion este dată de legea

$$v(t) = 50(1 - e^{-0,2t}) \text{ m/s},$$

unde timpul t este exprimat în secunde. După cât timp viteza devine 40 m/s ?

- a) 5 s b) $\ln 25 \text{ s}$ c) $5 \ln 5 \text{ s}$ d) $5 \ln \frac{9}{5} \text{ s}$ e) $2 \ln 5 \text{ s}$ f) $-\ln \frac{1}{5} \text{ s}$

(10p) **10.** În ce interval se află suma soluțiilor ecuației $25^x + 5 = 6 \cdot 5^x$?

- a) $[0, 4]$ b) $(4, 7]$ c) $(7, 12]$ d) $(12, 14]$ e) $(14, 17]$ f) $(17, \infty)$

(10p) **11.** Pentru câte valori întregi ale lui k are loc inegalitatea $k - \sqrt{k^2 - 1} > 1$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 2017 f) o infinitate

(10p) **12.** Fie $x > 0$ astfel ca $x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \dots + \sqrt[2017]{x} = 2017$. Să se calculeze restul împărțirii numărului $N = 2^x + 3^x + \dots + 2017^x$ la 2017.

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 1008 e) 1009 f) 2016

Răspunsuri:

1 b; 2 b; 3 b; 4 e; 5 c; 6 f; 7 a; 8 d; 9 c; 10 a; 11 a; 12 f.