

Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2017, etapa online
Clasa a XI-a, Secțiunea Matematică-Informatică

(10pt) **1.** Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}$. Determinați asimptota la ∞ la graficul funcției f .

a) $y = \frac{4}{3}$

b) $y = x + 1$

c) $y = \frac{3}{4}$

d) $y = -x + 1$

e) $y = -\frac{4}{3}$

f) $y = -x$

g) nu știu

(10pt) **2.** Fie $a_n = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin nx)^{\frac{1}{x^2}}$ și $b_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Atunci, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ este:

a) 1

b) 0

c) $\frac{1}{e-1}$

d) nu există

e) $\frac{1}{e+1}$

f) ∞

g) nu știu

(10pt) **3.** Să se calculeze determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ x^3 & x^2 & x & 1 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 \\ 4x^3 & 3x^2 & 2x & 1 \end{vmatrix}, x \in \mathbb{R}.$$

a) $x^2(x^2 - 1)^4$

b) 0

c) $x(x^2 - 1)$

d) $x^2(x^2 - 1)$

e) $(x^2 - 1)^4$

f) $x(x^2 - 1)^4$

g) nu știu

(10pt) **4.** Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x, & x \leq 1 \\ \ln(x^2 + x - 1) + ax + b, & x > 1 \end{cases}$. Determinați parametrii reali a și b

astfel încât funcția f să fie continuă pe domeniul de definiție și $\lim_{x \rightarrow 1, x < 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1, x > 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

a) $a = 0, b = 1$

b) $a = 3, b = 2$

c) $a = 2, b = 0$

d) $a = 2, b = 2$

e) $a = 2, b = -3$

f) $a = 3, b = -2$

g) nu știu

(10pt) **5.** Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x3^x - 3}{x5^x - 5}$.

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{\ln 3}{\ln 5}$

c) $\frac{3+3\ln 3}{5+5\ln 5}$

d) nu există

e) $\frac{3\ln 3}{5\ln 5}$

f) ∞

g) nu știu

(10pt) **6.** Fie ω o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$ și matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}.$$

Atunci A^{100} este:

