

**Concursul Național de Matematică "Valeriu Alaci" - 2017, etapa finală**  
**Clasa a IX-a, Secțiunea Științe ale Naturii/Tehnologic/Economic**

(10pt) 1. Să se calculeze:

$$[\sqrt{n^2 + 5n + 6}] - n, n \in \mathbb{N}.$$

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4                      f) 5

(10pt) 2. Vectorul  $\vec{v}_1$  are lungimea 3, iar vectorul  $\vec{v}_2$  are lungimea 4. Care este lungimea minimă pe care o poate avea vectorul  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$  ?

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4                      f) 5

(10pt) 3. Calculați  $\frac{[-6, 6] + [4, 4]}{[6, 6] + [-4, 4]}$ .

- a) 1                      b) -3                      c) -1                      d) 5                      e) -5                      f) 3

(10pt) 4. Mulțimea soluțiilor ecuației  $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x-1)^2} = 1$  este:

- a)  $\emptyset$                       b)  $\{0\}$                       c)  $\{1\}$                       d)  $\{0, 1\}$                       e)  $\{-1, 0\}$                       f) alt răspuns

(10pt) 5. Un melc pornește din punctul  $O$  și merge 1m într-o direcție, până ajunge într-un punct  $A_1$ , apoi virează  $90^\circ$  la dreapta, merge 2m până în punctul  $A_2$ , virează  $90^\circ$  la dreapta și merge 3m până în  $A_3$ , virează  $90^\circ$  la dreapta și merge 4m până în  $A_4$  și așa mai departe. După ce a parcurs 41 asemenea segmente, ultimul în lungime de 41m, melcul ajunge în punctul  $A_{41}$ . Care este lungimea vectorului  $\overrightarrow{OA_{41}}$  ?

- a) 41m                      b) 40m                      c) 30m                      d) 29m                      e)  $\sqrt{40^2 + 41^2}$                       f) alt răspuns

(10pt) 6. Câte perechi de funcții  $(f, g), f, g : \{1, 2\} \rightarrow \{1, 2\}$  au proprietatea că  $f(g(x)) = 1, \forall x \in \{1, 2\}$  ?

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 4                      e) 6                      f) 8

(10pt) 7. Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ . Câte dintre submulțimile cu trei elemente ale lui  $A$  au elementele în progresie geometrică?

(10pt) 8. Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  are proprietățile:  $f(x+1) - f(x-1) = 4, \forall x \in \mathbb{R}$  și  $f(1) = 2017$ . Aflați  $f(2017)$ .

(10pt) 9. Să se rezolve ecuația  $\frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \left\{ \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx + 2} \right\} = \frac{1}{3}, x, y, z > 0$ .

(10pt) 10. Graficele funcțiilor  $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -1, g(x) = 2x + 5, h(x) = 3x + 11$  determină un triunghi.

- a) Cât este aria acestui triunghi?                      b) Cât este perimetrul acestui triunghi?

(10pt) 11. Fie  $(a_n)$  și  $(b_n)$  două progresii aritmetice cu  $a_1 = b_1$  și rațiile respectiv  $a$  pentru  $(a_n)$  și  $b$  pentru  $(b_n)$  cu  $a$  și  $b$  numere naturale prime,  $a \neq b$ . Calculați suma primilor 2017 termeni comuni celor două progresii în funcție de  $a, b$  și  $a_1$ .

(10pt) 12. Se consideră trapezul  $ABCD$ , cu bazele  $(AB)$  și  $(CD)$  în care  $AB = 8, CD = 4, AD = 6, m(\hat{A}) = 60^\circ$ , iar punctul  $E$  este mijlocul laturii  $AD$ . Calculați lungimea vectorilor:

- a)  $\overrightarrow{BD}$                       b)  $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC}$ .

**Notă.** Fiecare subiect este obligatoriu. La primele 6 subiecte este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspunsul corect se acordă 10 puncte, pentru un răspuns incorect se acordă zero puncte. Bifarea răspunsului "Nu știu" se cuantifică cu 2 puncte.

La ultimele 6 subiecte se completează pe grila de răspunsuri doar rezultatul final. Pentru răspuns corect se acordă punctajul indicat, altfel zero puncte. Timp de lucru 3 ore.