

Concursul Național de Matematică Valeriu Alaci Ediția a III-a, 2017, Faza Finală

Clasa a XI-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnic, Economic

(10pt) 1. Se consideră determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} \overline{abc} & \overline{bca} & \overline{cab} \\ \overline{cab} & \overline{abc} & \overline{bca} \\ \overline{bca} & \overline{cab} & \overline{abc} \end{vmatrix},$$

unde \overline{xyz} reprezintă scrierea în baza 10 a unui număr natural de trei cifre. Valoarea lui Δ este:

- a) $\Delta = 999\overline{abc}$ b) $\Delta = \overline{abc}$ c) $\Delta = 998001(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$
d) $\Delta = 998001(a + b + c)^3$ e) $\Delta = 0$ f) $\Delta = 999(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab})$

(10pt) 2. Ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} - x$ este:

- a) $y = 0$ b) $y = \frac{1}{2}$ c) $y = 2x - \frac{1}{2}$ d) $y = -2x - \frac{1}{2}$
e) $y = -2x + \frac{1}{2}$ f) $y = 2x + \frac{1}{2}$

(10pt) 3. Fie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\sin x^2}$, unde $D \subseteq \mathbb{R}$ este domeniul maxim de definiție al funcției f . Să se studieze derivabilitatea lui f în punctul $x_0 = 0$ și în caz afirmativ să se determine $f'(0)$.

- a) f nu este derivabilă b) f este derivabilă și $f'(0) = 1$
c) f este derivabilă și $f'(0) = -1$ d) f este derivabilă și $f'(0) = 0$
e) f este derivabilă și $f'(0) = 2$ f) f este derivabilă și $f'(0) = \frac{1}{2}$

(10pt) 4. Fie matricea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Să se calculeze suma elementelor matricei

$$B = A - A^2 + A^3 + A^4 - A^5 + A^6 + \dots + A^{2014} - A^{2015} + A^{2016}.$$

- a) 2017 b) 0 c) 1 d) -1
e) 2016 f) -2016

(10pt) 5. Fie funcția $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}.$$

Determinați domeniul maxim de definiție D și domeniul de derivabilitate D' pentru funcția f .

