

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2018, etapa online
Clasa a IX-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnologic, Economic

(10pt) **1.** Un meci de fotbal se termină cu scorul de 4-3 pentru echipa gazdă. Știind că echipa gazdă a marcat prima și a menținut avantajul de cel puțin un gol până la finalul meciului, aflați în câte moduri a putut evolua scorul.

- a) 3 b) 4 c) d) 6 e) alt răspuns f) 2

(10pt) **2.** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$. Notăm cu $f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori}}(x)$, $n \in \mathbb{N}^*$. Dacă $f_n(1) = 4093$, atunci numărul n este egal cu:

- a) b) 2045 c) 2018 d) 4036 e) alt răspuns f) 2047

(10pt) **3.** Fie ABC un triunghi dreptunghic în care lungimea ipotenuzei $[BC]$ este egală cu 2018. Punctele $P_1, P_2, \dots, P_{2018}$ împart ipotenuza în 2019 segmente congruente. Atunci modulul vectorului

$$\overrightarrow{AP_1} + \overrightarrow{AP_2} + \dots + \overrightarrow{AP_{2018}}$$

este:

- a) $1009 \cdot 2017$ b) c) $2017 \cdot 2018$ d) 2018^2 e) $2018 \cdot 2019$ f) alt răspuns

(10pt) **4.** Dintr-o coală de tablă în formă de pătrat cu latura de 403,6 mm este confecționată o țintă circulară pentru un poligon de trageri. Ținta este alcătuită din cercuri concentrice, având același centru cu cel al pătratului. Cercul interior al ținte (cel mai mic cerc) are raza egală cu 2,018 mm, iar raza fiecăruia din cercurile următoare este de două ori mai mare decât a precedentului. Care este numărul maxim de cercuri ce alcătuiesc ținta?

- a) 3 b) 5 c) d) 9 e) alt răspuns f) 6

(10pt) **5.** Aflați suma soluțiilor ecuației $|3 - 3x| = |2x + 8|$.

- a) -11 b) -10 c) -1 d) e) 11 f) 12

(10p) **6.** Fie $ABCD$ un pătrat de latură 1 și O punctul de intersecție a diagonalelor sale. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{CD}$.

- a) 1 b) c) $2\sqrt{2}$ d) $3\sqrt{2}$ e) 2 f) $2\sqrt{3}$

(10p) **7.** Fie $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x}$. Calculați $f\left(\frac{1}{x}\right)$.

- a) $\frac{1}{f(x)}$ b) c) $\frac{x}{f(x)}$ d) $f(x)$ e) $\frac{f(x)}{x}$ f) $x^2 f(x)$

(10p) **8.** Determinati numerele reale pentru care $\frac{x}{1 + \sqrt{x}} = \frac{-1 + \sqrt{x}}{2}$.

- a) $\{-2\}$ b) $\{-1\}$ c) $\{0\}$ d) $\{1\}$ e) $\{2\}$ f) $\boxed{\emptyset}$

(10p) **9.** Un număr de 5 cifre se numește interesant dacă are toate cifrele distincte și dacă prima cifră este egală cu suma celorlalte patru. Câte numere interesante există?

- a) 144 b) 72 c) $\boxed{168}$ d) 216 e) 288 f) 256

(10p) **10.** Dacă $[x] + \{y\} = 20.18$ și $[y] - \{x\} = 20.19$, cât este $x + y$?

- a) 40.37 b) $\boxed{41.99}$ c) 40.99 d) 41.37 e) 0.01 f) 40.01

(10p) **11.** Dacă $x^2 + y^2 = 2018$, care este valoarea maximă a produsului xy ?

- a) $\boxed{1009}$ b) 2018 c) 2019 d) 0 e) $\sqrt{2017}$ f) alt răspuns

(10p) **12.** Fie $p, q \in \mathbb{N}^*$, $p \neq q$. Determinați rația unei progresii aritmetice în care primul termen este 3, iar raportul dintre suma primilor p termeni și suma primilor q termeni este $\frac{p^2}{q^2}$.

- a) 3 b) 4 c) 5 d) $\boxed{6}$ e) 8 f) 9