

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2019, etapa online
Clasa a IX-a, Secțiunea Matematică-Informatică

(10p) **1.** Valoarea sumei:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (i + j)$$

este:

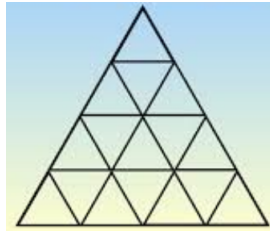
- | | | |
|--------------------------|--------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{mn(m+n-1)}{2}$ | b) $\frac{m^2n+mn^2}{2}$ | c) $\frac{m(m+n+2)}{2}$ |
| d) $\frac{mn(m+n+1)}{2}$ | e) $\frac{mn(m+n+2)}{2}$ | f) $\frac{n(n+1)+m(m+1)}{2}$ |

(10p) **2.** Câte soluții reale are ecuația:

$$|x - 1| + |2 - x| + |x - 3| + |4 - x| + \dots + |x - 2019| + |2020 - x| = 1009 \quad ?$$

- | | | |
|------------------|---------|--------------|
| a) nicio soluție | b) 2020 | c) o soluție |
| d) 2019 | e) 1009 | f) 2 |

(10p) **3.** Câte triunghiuri se află în imaginea de mai jos ?



- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a) 25 | b) 26 | c) 27 | d) 28 | e) 30 | f) 29 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

(10p) **4.** Dacă x este un număr real care satisface relația $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$ atunci $x^3 + \frac{1}{x^3}$ are valoarea:

- | | | | | | |
|------|--------|-------|------|--------|-------|
| a) 3 | b) 729 | c) 27 | d) 7 | e) 322 | f) 47 |
|------|--------|-------|------|--------|-------|

(10p) **5.** Șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este definit prin $a_1 = 3$ și $a_{n+1} = a_n + 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Aflați a_{19} .

- | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| a) 361 | b) 402 | c) 326 | d) 324 | e) 363 | f) 325 |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

(10p) **6.** Fie $ABCD$ un dreptunghi, pentru care $AB = 4, AD = 3$. Punctul M este mijlocul laturii $[CD]$. Modulul vectorului $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AC}$ este:

- | | | | | | |
|------|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|
| a) 6 | b) $2\sqrt{6}$ | c) $6\sqrt{3}$ | d) $6\sqrt{2}$ | e) $\sqrt{6}$ | f) alt răspuns |
|------|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|

(10p) **7.** Câte numere reale x există astfel ca $\{x\}, [x]$ și x să fie în progresie aritmetică ?

- | | | |
|-------------|-----------------|----------------|
| a) un număr | b) o infinitate | c) două numere |
| d) niciunul | e) trei numere | f) alt răspuns |

(10p) 8. Câte soluții are ecuația:

$$\left[\frac{x - 2019}{2020} \right] = \frac{x - 2020}{2019} \quad ?$$

- a) 2016 b) 2017 c) 2018 d) 2019 e) 2020 f) 2021

(10p) 9. Fie $ABCD$ un dreptunghi iar $M \in (DC)$ astfel ca $\frac{CM}{MD} = 2$. Dacă N este mijlocul laturii (BC) , aflați suma $a + b$ unde a și b satisfac identitatea:

$$\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$$

- a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $-\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{3}$ e) 1 f) alt răspuns

(10p) 10. Să presupunem că $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ și c_1, c_2, \dots, c_n sunt termenii a trei progresii aritmetice. Dacă $a_1 + b_1 + c_1 = 0$ și $a_2 + b_2 + c_2 = 1$, aflați $a_{2019} + b_{2019} + c_{2019}$.

- a) 2010 b) 2019 c) 2016 d) 2018 f) 2020 e) alt răspuns

(10p) 11. Dacă $xy = a$, $yz = b$ și $zx = c$, iar $abc \neq 0$, atunci valoarea expresiei $x^2 + y^2 + z^2$ este:

- a) $\frac{ab+bc+ca}{abc}$ b) $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$ c) $\frac{(a+b+c)^2}{abc}$
d) $\frac{(ab+bc+ca)^2}{abc}$ e) $\frac{(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2}{abc}$ f) $\frac{ab^2+bc^2+ca^2}{abc}$

(10p) 12. O strofă a unei poezii este formată din versuri care prin așezarea lor formează un trapez isoscel, fiecare vers având cu 2 cuvinte mai mult decât precedentul. Câte cuvinte trebuie să fie plasate în primul vers astfel ca în total strofa să conțină 2013 cuvinte, așezate în 33 de rânduri?

- a) 1 b) 3 c) 33 d) 28 e) 29 f) 2013

Răspunsuri:

1. e); 2. a); 3. c); 4. e); 5. e); 6. d); 7. c); 8. e); 9. b); 10. d); 11. e); 12. e).