

**Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2019, etapa online**  
**Clasa a X-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnologic, Economic**

(10p) **1.** Să se calculeze  $E(2)$ , unde

$$E(x) = (1 + \sqrt{x})(1 + \sqrt[4]{x})(1 + \sqrt[8]{x})(1 + \sqrt[16]{x})(1 - \sqrt[16]{x}), \quad x \in (0, \infty), n \in \mathbb{N}^*.$$

- a)  $-1$                       b)  $-2$                       c)  $-3$                       d)  $1 - \sqrt{2}$                       e)  $2 - 2\sqrt{2}$                       f)  $-1 - \sqrt{2}$

(10p) **2.** Să se determine partea întreagă a numărului  $a = \log_2 4 + \log_4 8 + \log_8 16$ .

- a)  $1$                       b)  $2$                       c)  $3$                       d)  $4$                       e)  $5$                       f)  $6$

(10p) **3.** Dacă  $a = \log_3 45$ , atunci  $\log_{15} 75$  este egal cu:

- a)  $\frac{2a+3}{a-1}$                       b)  $\frac{2a-3}{a+1}$                       c)  $\frac{2a-3}{a-1}$                       d)  $\frac{a+3}{2a-1}$                       e)  $\frac{a-3}{2a-1}$                       f)  $\frac{a+3}{a+1}$

(10p) **4.** Să se calculeze modulul numărului  $z = \left(\frac{1}{i} - \frac{2}{i+1} + \frac{3}{i+2}\right)^4$ , unde  $i = \sqrt{-1}$ .

- a)  $1$                       b)  $\frac{1}{4}$                       c)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$                       d)  $\frac{16}{625}$                       e)  $\frac{1}{25}$                       f)  $\frac{4}{25}$

(10p) **5.** Fie funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Dacă se notează  $f_2 = f \circ f$ ,  $f_{n+1} = f_n \circ f$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ , să se determine expresia funcției inverse a lui  $f_{2019}$ , în caz că există.

- a)  $f^{-1}(y) = y$                       b)  $f^{-1}(y) = \frac{1}{y}$                       c)  $f^{-1}(y) = 2019y$   
d)  $f^{-1}(y) = \frac{1}{2019y}$                       e)  $f^{-1}(y) = \frac{2019}{y}$                       f) nu există

(10p) **6.** Să se determine domeniul maxim de definiție al funcției  $f$ ,  $f(x) = \log_x(4 - x^2)$ .

- a)  $(0, 2)$                       b)  $(0, 2]$                       c)  $(0, 4)$                       d)  $(0, \infty)$                       e)  $(-2, 2)$                       f)  $(0, 1) \cup (1, 2)$

(10p) **7.** Să se calculeze  $\frac{2^x \cdot 2^{x+1}}{2^{2x+1} - 2^{2x}}$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .

- a)  $1$                       b)  $2$                       c)  $4$                       d)  $2^x$                       e)  $2^{2x}$                       f)  $\frac{1}{2}$

(10p) **8.** Fie funcția surjectivă  $u : \mathbb{N} \rightarrow B$ ,  $u(n) = \text{ultima cifră a lui } 2019^n$ . Să se determine mulțimea  $B$ .

- a)  $\mathbb{N}$                       b)  $\mathbb{N}^*$                       c)  $\{1, 9\}$                       d)  $\{9\}$                       e)  $\{1, 3, 6, 9\}$                       f)  $\{9^n : n \in \mathbb{N}\}$

(10p) **9.** Să se afle suma soluțiilor ecuației  $z^4 = 1$ ,  $z \in \mathbb{C}$ . Se notează  $i = \sqrt{-1}$ .

- a)  $0$                       b)  $1$                       c)  $1 - i$                       d)  $i$                       e)  $2 + 2i$                       f)  $1 + i$

(10p) **10.** Fie  $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  și  $w = \frac{1 - \bar{z}}{1 + \bar{z}}$ , unde  $\bar{z}$  este conjugatul lui  $z$ . Să se determine  $z$  știind că  $z - w$  și  $w^2$  sunt numere reale.

- a)  $\pm i$                       b)  $1 + i$                       c)  $1 - i$                       d)  $2 - i$                       e)  $1 \pm i$                       f)  $1 + 2i$

(10p) **11.** Să se calculeze suma  $S = i + i^3 + i^5 + \dots + i^{2019}$ , unde  $i = \sqrt{-1}$ .

- a) 0                      b) 1                      c)  $1 - i$                       d)  $-i$                       e)  $i$                       f)  $1 + i$

(10p) **12.** Câte numere naturale  $n$  au proprietatea  $\log_n 1024 \in \mathbb{N}$ ?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5                      f) 6

Răspunsuri:

1. a; 2. d; 3. c; 4. f; 5. b; 6. f; 7. b; 8. c; 9. a; 10. a; 11. a; 12. d.