

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2025 - Varianta A

Clasa a XII-a

(14pt) **1.** În timp ce rescriau o ecuație de gradul al doilea în forma $ax^2 + bx + c = 0$, Maria și Andrei au făcut greșeli de scriere a coeficienților. Maria a scris incorect coeficientul c , în timp ce a și b au rămas corecte, iar Andrei a scris incorect coeficientul b , în timp ce a și c au rămas corecte. Dacă Maria a obținut soluțiile 6 și 2, iar Andrei -7 și -1 și niciunul dintre ei nu a făcut alte greșeli, care au fost soluțiile corecte ale ecuației inițiale?

- a) -8 și 7 b) -8 și 12 c) -6 și -2 d) -6 și 2 e) 1 și 7 f) 1 și 6

(11pt) **2.** Pentru câte valori ale numărului întreg n numărul complex $(n + i)^4$ devine un număr întreg?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) o infinitate

(6pt) **3.** Se extrage la întâmplare un număr natural din mulțimea $\{1, 2, \dots, 2025\}$. Care este probabilitatea ca $\lfloor \log_2 n \rfloor$ să fie număr par? (Cu $\lfloor x \rfloor$ se notează partea întreagă a numărului real x .)

- a) $\frac{682}{2025}$ b) $\frac{1012}{2025}$ c) $\frac{628}{2025}$ d) $\frac{1367}{2025}$ e) $\frac{1013}{2025}$ f) $\frac{1343}{2025}$

(9pt) **4.** În sistemul cartezian de axe de coordonate se consideră o dreaptă variabilă de pantă negativă m ce trece prin punctul $P(5, 12)$ și care intersectează axele de coordonate în punctele A_m și B_m . Să se calculeze valoarea minimă pe care o poate lua aria triunghiului A_mOB_m .

- a) 75 b) 80 c) 90 d) 104 e) 120 f) 130

(12pt) **5.** Se consideră modelul de învățare automată $ax_1 + bx_2 + cx_3 = y$, unde (x_1, x_2, x_3) și y reprezintă datele de intrare, respectiv ieșire, iar a, b, c sunt ponderile datelor de intrare. Aceste ponderi se determină cunoscând că pentru datele de intrare $(2, 1, 2), (2, 2, 3), (1, -2, -1)$ ieșirile corespunzătoare sunt $-1, 2$, respectiv 4 . Ce ieșire va da modelul de mai sus, dacă intrarea este $(2, 0, 1)$?

- a) -21 b) -14 c) -4 d) 1 e) 7 f) 24

(7pt) **6.** Pe mulțimea matricelor pătratice de ordinul 2 cu elemente reale se consideră legea de compoziție $X \circ Y = XY - X - Y + 2I_2$, unde I_2 este matricea unitate. Se notează cu E elementul neutru al acestei legi, iar $F = A^{1012} \circ A^{1013}$, unde A are proprietățile $\det(A) = 1$ și $\det(A - I_2) = 0$. Dacă $E + F = pA + qI_2$, să se calculeze $p + q$.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 2024 e) 2025 f) 2026

(13pt) **7.** Se consideră funcția bijectivă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 8x^3 + 2025x$. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{f^{-1}(x)}$.

- a) ∞ b) $2\sqrt{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) 2 e) $\frac{1}{2}$ f) 8

(10pt) **8.** Fie $f : (-\frac{2024}{2025}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2025x + 2024}$. Să se calculeze $2025f^{(2024)}(\frac{1}{2025})$, unde $f^{(n)}(x_0)$ reprezintă derivata de ordinul n a funcției f în punctul x_0 .

- a) 2025! b) 2025 c) 2024! d) 2025^{2024} e) $\frac{1}{2025}$ f) $\frac{1}{2024}$

(8pt) **9.** Să se calculeze $I = \int_{-2025}^{2025} e^{|x|} \{x\} dx$. (Cu $\{x\}$ se notează partea fracționară a numărului real x .)

- a) 0 b) 4050 c) $e^{2024} - 1$ d) e^{2024} e) $e^{2025} - 1$ f) e^{2025}

(10pt) **10.** Să se calculeze $\int_7^{27} \frac{1}{x + \sqrt{2x - 5}} dx$.

a) $\ln \frac{10}{7} - \operatorname{arctg} \frac{2}{25}$

b) $\ln \frac{17}{5} - \operatorname{arctg} 6 + \operatorname{arctg} 3$

c) $\ln \frac{17}{5} - \operatorname{arctg} \frac{2}{9}$

d) $\ln \frac{10}{9} - \operatorname{arctg} \frac{9}{25}$

e) $\ln \frac{34}{7} - \operatorname{arctg} 4 + \operatorname{arctg} 2$

f) $\ln \frac{34}{5} - \operatorname{arctg} \frac{4}{3}$

Notă. Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspunsul corect se acordă numărul de puncte precizat, pentru un răspuns incorect se acordă zero puncte. Punctaj maxim: 100pt

Răspunsurile pe pagina urmatoare.

1. e
2. d
3. f
4. e
5. c
6. c
7. d
8. c
9. e
10. c