

# Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2026 - Varianta A

## Clasa a XII-a

(13pt) **1.** Un robot pornește din vârful O al hexagonului regulat OABCDE și se deplasează pe laturi sau diagonale. El trece prin celelalte vârfuri o singură dată și în final se întoarce în O. Stabiliți în câte moduri poate face deplasarea, dacă din O nu poate trece direct în C.

- a) 30                      b) 40                      c) 48                      d) 60                      e) 96                      f) 120

(12pt) **2.** În vârfurile hexagonului ABCDEF se așază aleator simbolurile @, #, %, \*, £, \$, fiecare simbol fiind folosit o singură dată. Calculați probabilitatea ca simbolurile # și \* să fie în două vârfuri alăturate ale hexagonului, iar % și @ să fie tot în două vârfuri alăturate.

- a)  $\frac{1}{10}$                       b)  $\frac{1}{5}$                       c)  $\frac{1}{4}$                       d)  $\frac{3}{10}$                       e)  $\frac{1}{3}$                       f)  $\frac{1}{2}$

(11pt) **3.** Soluția ecuației  $(2x)^{\lg 2} = (3x)^{\lg 3}$  este fracția ireductibilă  $\frac{a}{b}$ . Calculați  $2b - 3a$ .

- a) 9                      b) 0                      c) -1                      d) 3                      e) 6                      f) 11

(14pt) **4.** Fie  $x \in [0, \pi]$  astfel încât  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$ . Calculați  $\cos^2(2x)$ .

- a)  $\frac{1}{8}$                       b)  $\frac{1}{4}$                       c)  $\frac{3}{4}$                       d)  $\frac{3}{16}$                       e)  $\frac{1}{2}$                       f)  $\frac{3}{8}$

(10pt) **5.** Un punct variabil de coordonate  $(x_n, y_n), n \in \mathbb{N}^*$  își schimbă poziția după regula

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A^n \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}^*, \text{ unde } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dacă punctul inițial este  $(x_1, y_1) = (2, 1)$ , calculați  $\frac{x_{2026}}{y_{2026}}$ .

- a) 3039                      b) 3040                      c) 3041                      d)  $\frac{6077}{2}$                       e)  $\frac{6079}{2}$                       f)  $\frac{6081}{2}$

(9pt) **6.** Stabiliți dacă operația de compunere

$$x \circ y = \frac{xy + 2x + 2y - 2}{3}$$

definește o lege de compoziție pe mulțimea  $G = \{3k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . În caz afirmativ, calculați suma elementelor simetrizabile ale monoidului  $(G, \circ)$ .

- a) -12                      b) -8                      c) -4                      d) 1                      e) 8                      f) nu definește

(6pt) **7.** Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  dat prin relația de recurență

$$x_{n+1} = \ln |x_n| - x_n^2 + 2x_n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Pentru câte valori ale lui  $x_0 \in \mathbb{R}^*$  șirul dat este constant?

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4                      f) 5

(8pt) **8.** Fie punctele  $A(1, 1), B(-1, 0)$  și  $P(a, 2)$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ . Determinați  $a$  știind că  $P$  aparține dreptei  $AB$ .

- a)  $-1$       b)  $3$       c)  $0$       d)  $8$       e)  $1$       f)  $2$

(10pt) **9.** Determinați numărul de puncte de extrem local ale funcției

$$f : \left[-\frac{5}{2}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{2} + 2 \ln(x + 3).$$

- a)  $0$       b)  $1$       c)  $2$       d)  $3$       e)  $4$       f)  $5$

(7pt) **10.** Pentru fiecare  $n \in \mathbb{N}^*$  notăm  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^n x \, dx$ . Calculați  $2025I_{2024} - 2026I_{2026}$ .

- a)  $\frac{1}{2^{1013}}$       b)  $0$       c)  $-1$       d)  $\frac{1}{1013}$       e)  $1$       f)  $-\frac{1}{1013}$

**Notă.** Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspunsul corect se acordă numărul de puncte precizat, pentru un răspuns incorect se acordă zero puncte. Punctaj maxim: 100pt

Răspunsuri:

1. e
2. b
3. a
4. e
5. e
6. c
7. e
8. b
9. d
10. a