

1. Se consideră patrulaterul convex  $ABCD$  și punctele  $M, N$  din plan cu proprietățile

$$4\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CD}, \quad 4\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{CB}$$

Să se găsească  $\alpha \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\overrightarrow{MN} = \alpha\overrightarrow{BD}$ .

- a) 1                      b) 5                      c) 4                      d) 2                      e) -1                      f) 3

2. Dacă  $ABCDEF$  este un hexagon regulat cu lungimea laturii egală cu 1, calculați lungimea vectorului  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$ .

- a) 5                      b) 3                      c) 6                      d) 4                      e) 8                      f) 2

3. Nasul lui Pinocchio are 4 cm. După fiecare minciună spusă nasul său crește cu jumătate. Lungimea nasului său după ce a spus 25 de minciuni este:

- a)  $\frac{3^{24}}{4^{23}}$                       b)  $\frac{3^{24}}{4^{24}}$                       c)  $\frac{3^{24}}{2^{23}}$                       d)  $\frac{3^{25}}{2^{23}}$                       e)  $\frac{2^{12}}{3^{24}}$                       f)  $\frac{4}{2^{25}}$

4. Fie numărul  $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ . Calculați suma  $a + a^3 + a^5 + \dots + a^{2015}$ .

- a)  $a^{2016}$                       b)  $a^{2016} - 1$                       c)  $a^{2016} + 1$                       d)  $\frac{a^{2016} - 1}{a - 1}$                       e)  $\frac{a^{2016} - 1}{a^2 - 1}$                       f)  $\frac{a^{2016} - 1}{a - 1} + 1$

5. Se consideră șirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definit prin  $x_1 = 2015$  și  $x_{n+1} = \frac{n}{x_n}$ , pentru orice  $n \geq 1$ . Să se calculeze produsul  $x_1 x_2 \dots x_8$ .

- a) 2015                      b) 1                      c) 2015!                      d) 8!                      e)  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$                       f)  $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8$

6. Mulțimea soluțiilor ecuației:  $\{x\} + \left\{x + \frac{1}{2}\right\} = 2x - \frac{3}{2}$ , unde  $\{x\}$  reprezintă partea fracționară a lui  $x$ , este:

- a)  $\{0\}$                       b)  $\{1\}$                       c)  $[1, 6)$                       d)  $[-1, 2)$                       e)  $[0, 2)$                       f)  $\left[1, \frac{3}{2}\right)$

7. Suma  $\left[-\frac{100}{5}\right] + \left[-\frac{99}{5}\right] + \dots + \left[\frac{99}{5}\right] + \left[\frac{100}{5}\right]$  este egală cu

- a) -100                      b) -80                      c) -20                      d) 0                      e) 20                      f) 100

8. Valoarea expresiei  $E = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$  pentru  $x = a + \frac{1}{a}$ ,  $a > 0$  este

- a)  $a + 1$                       b)  $|a + 1| - 1$                       c)  $a$ , dacă  $a \geq 1$  și  $\frac{1}{a}$ , dacă  $a < 1$   
d) 0                      e)  $1/a$                       f)  $\frac{1}{a}$ , dacă  $a < 1$  și  $a$ , dacă  $a > 1$

9. Câte numere reale verifică ecuația  $(x-1)(x-2)(x-4)(x-5) = 4$ ?

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4                      f) mai mult de 4

10. Să se determine câte laturi are un poligon convex cu 20 de diagonale.

- a) 5                      b) 8                      c) 10                      d) 14                      e) 12                      f) 9

11. Din cifrele  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  se formează toate numerele de câte 6 cifre astfel încât în fiecare număr să nu fie cifre identice. Câte numere se pot forma?

- a) 500                      b) 555                      c) 600                      d) 650                      e) 560                      f) 565

12. Numărul de funcții  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea  $f(x) = 5 - f(2) + x$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  este:

- a) 2                      b) 0                      c) 1                      d)  $\infty$                       e) 3                      f) 5

**Notă.** Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspuns corect se acordă 10 puncte, pentru lipsa unui răspuns se acordă 2 puncte, iar pentru un răspuns incorect zero puncte. Timp de lucru 2 ore.