Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2015

Test clasa a XII-a Secţiunea Uman - faza de calificare

1. Fie $A \in \mathcal{M}_2(R)$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Dacă $A^2 = aA$ atunci valoarea numărului real a este

a) 1; b) -2; c) -1; d) 2; e) 3; f) nu există $a \in R$.

2. Fie $A \in \mathcal{M}_{2,3}(R)$, $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$. Să se calculeze valoarea determinantului matricei $A^t \cdot A$, (matricea A^t reprezintă transpusa matricei A).

a) 0; b) 1; c) 81; d) 2: e) -81; f) 10.

3. Se cosnideră matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}(R)$ şi $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(R)$. Să se calculeze suma elementelor matricei $C = B \cdot A$.

a) 0; b) 21; c) 6; d) 80; e) 90; f) 100.

4. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Să se determine valoarea expresiei $B - \frac{1}{2}(A + A^t)$ unde A^t reprezintă transpua matricei A.

a) 0 b) A c) B e) -I_2 e) I_2 f) 2A.

5. Se consideră matricele

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \text{ şi } C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Să se calculeze $A \cdot B - C$.

a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -7 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Se consideră matricele

$$A = \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 2 & y^2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3y-2 & 3x-5y \\ 3x-5y & 1+2x \end{pmatrix} \text{ şi } C = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Să se determine numerele reale x şi y astfel încât $A + B = C$.

a) $x = -3$, $y = 1$ b) $x = -1$, $y = 3$ c) $x = 3$, $y = -1$
d) $x = 2$, $y = 3$ e) $x = 3$, $y = 1$ f) $x = 3$, $y = 2$.

7. Se consideră matricele

$$A = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} y & 1 \\ 2y & 1 \end{pmatrix} \quad \text{şi} \quad C = \begin{pmatrix} y & 6 \\ 2x+4y & 2y \end{pmatrix}$$

Să se determine numerele reale x şi y astfel încât $xA + yB = C$

a) $x = 1, y = 2$ b) $x = 2, y = 1$ c) $x = -2, y = -2$
d) $x = 2, y = -1$ e) $x = 1, y = -2$ f) $x = 2, y = 2$.

8. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ şi funcţia $f : \mathcal{M}(I\!\!R) \to \mathcal{M}(\mathcal{R})$, $f(X) = X^2 - 3X + I_2$. Să se determine matricea $f(A)$.

a) 2A b) $2\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ c) -2$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ d) -2A e) -2$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ f) -2$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

9. Să se determine toate matricile $A \in M_2(I\!\!R)$ astfel ca: $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ b)$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ d)$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e)$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
f) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

10. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 3! & A_4^2 & C_5^3 \\ 0 & 3! & a \\ 0 & a & 3! \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & b-1 & 10 \\ 0 & 6 & 2a-2 \\ 0 & 2! & 6 \end{pmatrix}$. Dacă A=B, suma numerelor a şi b este:

a)1; b) -3; c) 22; d) 15; e)10; f) 14.

11. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Valorile reale ale parametrilor p şi q astfel încât $A^3 = pA^2 + qA$ sunt:

a) $p = 1, q = 1$ b) $p = 3, q = -1$ c) $p = 2, q = -2$
d) $p = 3, q = -2$ e) $p = -2, q = 3$ f) $p = -1, q = -1$

12. Se consideră punctele $P_n(n, 2^n - 1)$, $n \in I\!\!N$ şi $O(0, 0)$. Să se determine valoarea lui n pentru care aria triunghiului $P_nP_{n+1}O$ este egală cu 8,5.

a) $n = 0$ b) $n = 1$ c) $n = 2$ d) $n = 3$ e) $n = 4$ f) $n = 5$.

Notă. Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspuns corect se acordă 10 puncte, pentru lipsa unui răspuns se acordă 2 puncte, iar pentru un răspuns incorect zero puncte. Timp de lucru 2 ore.