

(10pt) **1.** Fie $G = (1, \infty)$. Pe G se definește legea de compoziție :

$$x \star y = \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2}, \quad \forall x, y \in G.$$

Știind că (G, \star) este grup, determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f(x) = \sqrt{ax + b}$ să fie izomorfism între grupurile $((0, \infty), \cdot)$ și (G, \star) .

- a) $a = b = 1$ b) $a = 3, b = 4$ c) $a = 2, b = 1$ d) $a = 1, b = 2$ e) $a = b = 3$ f) $a = b = 2$

(10pt) **2.** Se consideră polinomul $f = (X^2 - X + 1)^{2015} + X + 1 \in \mathbb{R}[X]$. Determinați restul împărțirii polinomului f la $X^2 - X - 2$.

- a) $3^{2015} + 1$ b) $X - 3^{2015} - 1$ c) $X + 3^{2015} + 1$ d) $X + 3^{2015} - 1$ e) $X + 2^{2015} + 1$ f) $2^{2015} - 1$

(10pt) **3.** Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție ” \star ” astfel:

$$x \star y = xy - 2014x - 2014y + 2014 \cdot 2015.$$

Determinați simetricul lui 2016 în raport cu legea ” \star ”.

- a) $\frac{4029}{2}$ b) $\frac{2016}{2}$ c) 1008 d) 2015 e) -2016 f) -2014

(10pt) **4.** Valoarea integralei

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \min \left\{ x, \frac{2}{1+x^2} \right\} dx$$

este

- a) $\pi + 1$ b) $\frac{4 + \pi}{3}$ c) $\frac{3 + \pi}{6}$ d) $\frac{2 + \pi}{3}$ e) $\frac{3}{2}$ f) 6π

(10pt) **5.** Fie

$$F(x) = \int_x^{2x} \frac{t^2}{t^2 + \sin^2(t)} dt, \quad x \neq 0.$$

Decideți:

- a) F este pară b) F este impară c) $F(0) = 1$
d) F este descrescătoare e) $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 0$ f) nici un răspuns nu e corect

(10pt) **6.** Să se calculeze

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(2x)}{\cos(x) + 1} dx.$$

- a) $3 - \pi$ b) $3 + \pi$ c) $2\pi + 3$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\pi + 12$ f) $\frac{2\pi}{3}$

(10pt) **7.** Știind că polinomul $aX^4 + bX^3 + cX^2 + (a-1)X - 1$ se divide cu $(X-1)^3$, să se calculeze S^{2015} , unde $S = a + b + c$.

(10pt) **8.** Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_8; +; \cdot)$. Determinați soluțiile sistemului $\begin{cases} \widehat{3}x + y = \widehat{2} \\ \widehat{4}x + y = \widehat{5} \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}_8$.

(10pt) **9.** Determinați aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$, axa Ox și dreptele $x = 1$ și $x = 3$.

(10pt) **10.** Să se calculeze volumul corpului de rotație obținut prin rotirea mulțimii

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}$$

în jurul axei Ox .

(10pt) **11.** Calculați valoarea integralei

$$\int_{-2}^2 2^{[x]} x dx$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

(10pt) **12.** Calculați derivata funcției

$$F(x) = \int_0^{\arctan x} \frac{1}{1 + \tan^2 t} dt.$$

Notă. Fiecare subiect este obligatoriu. La primele 6 subiecte este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspunsul corect se acordă 10 puncte, pentru un raspuns incorect se acordă 0 puncte. Bifarea răspunsului "Nu stiu" se cuantifică cu 2 puncte.

La ultimele 6 subiecte se completează pe grila de răspunsuri doar rezultatul final. Pentru răspunsul corect se acordă punctajul indicat, altfel zero puncte. Timp de lucru 2 ore.