

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2016, etapa online
Clasa a IX-a, Secțiunea Matematică-Informatică

(10pt) **1.** Calculați partea întreagă a numărului $\frac{1}{7-5\sqrt{2}}$.

- a) -15 b) -14 c) -1 d) 0 e) 14 f) 15 g) nu știu

(10pt) **2.** Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, produsul primilor n termeni ai unei progresii aritmetice este $n!3^n$. Aflați suma dintre primul termen și rația progresiei. (S-a notat $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.)

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 9 f) 6 g) nu știu

(10pt) **3.** Mulțimea soluțiilor inecuației $\sqrt{x^2} - (\sqrt{-x})^2 \geq 0$ este:

- a) \mathbb{R} b) $(-\infty, 0)$ c) $\{0\}$ d) \emptyset e) $(-\infty, 0]$ f) $[0, \infty)$ g) nu știu

(10pt) **4.** Se numerotează 10 cutii de la 1 la 10. La ora 8, în fiecare cutie se așază același număr de mere. La ora 10, în fiecare cutie se mai pun câteva mere urmând regula: în cutia cu numărul n se adaugă n mere. Dacă în urma acestor două operațiuni în cutii sunt 145 de mere în total, câte mere erau în cutia cu numărul 1 la ora 9?

- a) 9 b) 0 c) 10 d) 14 e) 14.5 f) 15 g) nu știu

(10pt) **5.** Un copil are 2016 bile colorate și dorește să le așeze sub formă de triunghi: pe primul rând o bila, pe al doilea rând două bile, apoi trei bile ș.a.m.d. Câte rânduri va avea triunghiul?

- a) 16 b) 20 c) 32 d) 63 e) 64 f) 81 g) nu știu

(10pt) **6.** Fie $n \in \mathbb{N}$. Ordinea crescătoare a numerelor

$$A = \sqrt{n} + \sqrt{n+5}, \quad B = \sqrt{n+1} + \sqrt{n+4}, \quad C = \sqrt{n+2} + \sqrt{n+3}$$

este:

- a) A, B, C b) A, C, B c) C, A, B d) B, A, C e) B, C, A f) C, B, A g) nu știu

(10pt) **7.** Șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ are proprietatea că fiecare termen al șirului, începând cu al treilea, este suma precedentilor doi, adică $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}, \forall n \geq 3$. Dacă $a_9 = 110$ și $a_7 = 42$, cât este a_4 ?

- a) 4 b) 6 c) 10 d) 12 e) 16 f) 3 g) nu știu

(10pt) **8.** Inegalitatea falsă dintre cele de mai jos este:

a) $a^2 + b^2 \geq 2ab, \forall a, b \in \mathbb{R};$ b) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca, \forall a, b, c \in \mathbb{R};$

c) $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4, \forall a, b > 0;$ d) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \forall a, b > 0;$

e) $a^2 - a + 1 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R};$ f) $a + \frac{1}{a} \geq 2, \forall a \in \mathbb{R}^*;$

g) nu știu

(10pt) **9.** Dacă $|\bar{u}| = 8$, $|\bar{v}| = 10$ și $|\bar{u} - \bar{v}| = 6$, calculați $|2\bar{u} - \bar{v}|$.

- a) 6 b) 14 c) 10 d) 18 e) 22 f) 26 g) nu știu

(10pt) **10.** Fie M un punct oarecare din planul triunghiului ABC . Aflați valoarea parametrului $\lambda \in \mathbb{R}$ pentru care expresia $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + \lambda\overrightarrow{MC}$ nu depinde de alegerea punctului M .

- a) -7 b) -5 c) -1 d) 2 e) 5 f) 7 g) nu știu

(10pt) **11.** Câte funcții $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică relația $f(x) \cdot f(y) \cdot f(x - y) = 1$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) o infinitate g) nu știu

(10pt) **12.** Calculați suma tuturor numerelor naturale de 5 cifre distincte formate cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5.

- a) 120 b) 720 c) 1800 d) 36000 e) alt răspuns f) 3999960 g) nu știu