

Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2016, etapa online
Clasa a XII-a, Secțiunea Științele naturii/ Tehnic

(10pt) **1.** Fie $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x+2}{x+2}, & x > -2 \\ a \cos(\pi(1+x)), & x \leq -2 \end{cases}$.

Valoarea parametrului a pentru care f admite primitive este:

- a) -1 b) 0 c) -2 **d) 1** e) nu există a pentru care f admite primitive
 f) 2 g) nu știu

(10pt) **2.** Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{x+2}$. Atunci valoarea integralei $\int_0^1 f''(x) dx$ este :

- a) 1 **b) $\frac{8}{9}$** c) $\frac{44}{9}$ d) 8 e) $-\frac{8}{9}$ f) 0 g) nu știu

(10pt) **3.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = e^{-x}$. Primitiva $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f cu proprietatea $F(0) = 2$ este:

- a) $F(x) = e^{-x} + 1$ **b) $F(x) = -\frac{1}{e^x} + 3$** c) $F(x) = -e^{-x} + 2$ d) $F(x) = -xe^{-x} + 2$
 e) $F(x) = 1 - \frac{1}{e^x}$ f) $F(x) = -\frac{x}{e^x} + 2$ g) nu știu

(10pt) **4.** Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ este:

- a) $\ln x + \frac{1}{x} + C$ b) $-\ln x - \frac{1}{x} + C$ **c) $\frac{x \ln x - 1}{x} + C$** d) $-\frac{1}{x} + C$
 e) $x \ln x - \frac{1}{x} + C$ f) $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + C$ g) nu știu

(10pt) **5.** Suma soluțiilor ecuației $x^2 = \hat{2}x$ în \mathbb{Z}_{12} este egală cu:

- a) $\hat{0}$ **b) $\hat{4}$** c) $\hat{1}$ d) $\hat{6}$ e) $\hat{2}$ f) $\hat{5}$ g) nu știu

(10pt) **6.** Valoarea integralei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$ este:

- a) $\frac{\pi-2}{8}$ b) $\frac{\pi-2}{4}$ **c) $\frac{\pi+2}{8}$** d) $\frac{\pi}{8}$ e) $\frac{\pi-4}{8}$ f) $\frac{\pi+4}{8}$ g) nu știu

(10pt) **7.** Pe \mathbb{R} se definește legea $x * y = 2^{x+y}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. Mulțimea soluțiilor ecuației $x * x = x * (-1) + (-1) * 0$ este:

- a) $\{1; 2\}$ b) $\{-2; -1\}$ c) $\{\frac{1}{2}\}$ d) $\{-\frac{1}{2}\}$ **e)** $\{0\}$ f) $\{-\sqrt{2}\}$ g) nu știu

(10pt) **8.** Pe \mathbb{R} definim legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + m$, $m \in \mathbb{R}$. Legea de compoziție admite element neutru dacă și numai dacă:

- a) $m = 4$ b) $m = -6$ **c)** $m = 6$ d) $m = 2$ e) $m = 0$ f) $m = -2$ g) nu știu

(10pt) **9.** Dacă $a = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$, atunci numărul $\frac{a}{e-1}$ este:

- a)** $2e$ b) e c) 1 d) 2 e) $e + 1$ f) $2e + 1$ g) nu știu

(10pt) **10.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 4^x \ln 2 - \frac{1}{2x^3}, & x > 1 \\ 3\sqrt[3]{x} + \frac{1}{2}, & x \leq 1 \end{cases}$. Atunci valoarea integralei

$\int_0^2 f(x) dx$ este:

- a)** $\frac{137}{16}$ b) $\frac{145}{16}$ c) $\frac{9\sqrt[3]{2}}{2} - 1$ d) 13 e) 2 f) $\frac{9\sqrt[3]{2}}{16}$ g) nu știu

(10pt) **11.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{m}{3}x^3 + \sqrt{2}x^2 + (m-1)x + \sqrt{2}$. Mulțimea valorilor parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care orice primitivă a funcției f este convexă pe \mathbb{R} este:

- a) $(-1; 2)$ b) $[-1; 2]$ c) $(-\infty; 1) \cup (2; \infty)$ d) $(-\infty; -1] \cup [2; \infty)$ e) $\{1; -2\}$ **f)** $[2; \infty)$
g) nu știu

(10pt) **12.** Considerăm integralele $I_n = \int_0^{\pi/4} tg^n x dx$, $(\forall) n \geq 1$. Valoarea reală a lui a pentru care

$I_n + a \cdot I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$, $(\forall) n \geq 1$, este:

- a) 2 b) 0 **c)** 1 d) -1 e) -2 f) 3 g) nu știu