Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2016, etapa online

Clasa a XI-a, Secţiunea Matematică-Informatică

(10pt) **1.** Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\begin{vmatrix} x-1 & 0 & 0 \\ 3 & x-2 & 0 \\ 4 & 3 & x-3 \end{vmatrix} = 0$ este:

a) $S = \{5, 6, 7\}$ b) $S = \{10, 11, 12\}$ $\boxed{\textbf{c)}}$ $S = \{1, 2, 3\}$

d) $S = \{4, 5, 6\}$ e) $S = \{8, 9, 10\}$ f) $S = \{6, 7, 8\}$

g) nu ştiu

(10pt) **2.** Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care care matricea

$$A = \begin{bmatrix} 2 & x & 3 \\ m & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & x \end{bmatrix}$$

este inversabilă pentru orice valoare reală a lui x este:

a) $(-2, 0)$ b) $(3, 7)$ $\boxed{\textbf{c)}}$ $(\frac{2}{3}, 1)$ d) $(-\frac{2}{3}, 3)$

e) $(-\infty, \infty)$ f) $\emptyset$ g) nu ştiu

(10pt) **3.** Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} ax + y + 2z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ 2x + 2y + az = 0. \end{cases}$$

Pentru ce valori ale parametrului real a sistemul are soluţie unică?

a) $a = -3$ b) $a = 1$ c) $a = 2$ d) $a \in \mathbb{R}$

$\boxed{\textbf{e)}}$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1, 2\}$ f) $a \in \{-3, 1, 2\}$ g) nu ştiu

(10pt) **4.** Să se calculeze limita $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{2^{x-3} - 1}{x^2 - x - 6}$.

a) $\frac{\ln 3}{4}$ b) 1 c) 0 d) $\frac{\ln 5}{3}$

$\boxed{\textbf{e)}}$ $\frac{\ln 2}{5}$ f) ∞ g) nu ştiu

(10pt) **5.** Să se calculeze limita $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$, unde $a_n = \dfrac{2n^2 + 3}{3n + 1} \sin \dfrac{5\pi}{2n + 5}$.

a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{3\pi}{5}$ $\boxed{\textbf{c)}}$ $\frac{5\pi}{3}$ d) $\frac{4\pi}{3}$

e) $\frac{3\pi}{7}$ f) ∞ g) nu ştiu

(10pt) **6.** Fie şirul $(a_n)_{n \geq 1}$ de numere reale. Dacă

$$\lim_{n \to \infty} (n + 1)(a_{n+1} - a_n) = l, l > 0$$

atunci $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$ este:

a) 0 b) 1 c) $-\infty$ d) e

e) nu există $\boxed{\textbf{f)}}$ ∞ g) nu ştiu

(10pt) **7.** Fie $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 7 & 2 & 6 \end{pmatrix} \in S_7$. Atunci σ^{2037} este:

a) σ b) σ^3 $\boxed{\textbf{c)}}$ e d) σ^2

e) σ^5 f) σ^6 g) nu ştiu

(10pt) **8.** Pentru matricea $A \in M_n(C)$ cu $\det(A) = 3$ şi $\det(3A) = 81$, calculaţi $\det(5A)$.

$\boxed{\textbf{a)}}$ $5^3 \cdot 3$ b)15 c) $3^3 \cdot 5$ d) $3^3 \cdot 5^3$

e) 1 f) $5^{n+1} \cdot 3$ g) nu ştiu

(10pt) **9.** Să se calculeze limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k}$.

a) 1 b)∞ $\boxed{\textbf{c)}}$ 0 d) $\frac{1}{2}$

e) -1 f) 2 g) nu ştiu

(10pt) **10.** Să se determine parametrii $\alpha \in (0, \infty), \beta \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{\alpha x^2 + \beta x + 1}{x^2 + x + 1}\right)^x = e^{2016}.$$

$\boxed{\textbf{a)}}$ $\alpha = 1, \beta = 2017$ b) $\alpha = 1, \beta = 2016$ c) $\alpha = 1, \beta = 2015$ d) $\alpha = 2016, \beta = 1$

e) $\alpha = e, \beta = 1$ f) $\alpha = 1, \beta = e$ g) nu ştiu

(10pt) **11.** Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\cos x + (x-1)e^{nx}}{1 + e^{nx}}$. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată?

a) f este continuă pe $\mathbb{R}$ b) f nu este continuă în 1

$\boxed{\textbf{c)}}$ f nu este continuă în 0 d) f nu este continuă pe $\mathbb{R}^*$

e) f nu este continuă pe $(0, \infty)$ f) f nu este continuă pe $(0, 1)$ g) nu ştiu

(10pt) **12.**Pentru un şir de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ şi un număr $l \in \mathbb{R}$, considerăm proprietatea

P: $x_n \to l(n \to \infty)$ dacă şi numai dacă $|\ x_n\ | \to |\ l\ |$.

Atunci:

a) Proprietatea **P** este adevărată pentru orice $l \in \mathbb{R}$

$\boxed{\textbf{b)}}$ Proprietatea **P** este adevărată dacă $l = 0$

c) Proprietatea **P** este adevărată dacă $l \geq 0$

d) Proprietatea **P** este adevărată dacă $l > 0$

e) Proprietatea **P** este adevărată dacă $l < 0$

f) Nu există $l \in \mathbb{R}$ pentru care proprietatea **P** să fie adevărată

g) nu ştiu