

Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2016, etapa online
Clasa a XI-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnologic, Economic

(10pt) **1.** Fie matricea $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Valorile parametrilor reali α, β pentru care are loc relația

$$A^2 - \alpha A + \beta I_2 = O_2$$

sunt:

- a) $\alpha = 3, \beta = 2$; b) $\alpha = 2, \beta = 3$; c) $\alpha = -3, \beta = 2$;
 d) $\alpha = 4, \beta = 3$; e) $\alpha = 2, \beta = 2$; f) $\alpha = 2, \beta = -3$;
 g) nu știu

(10pt) **2.** Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care matricea

$$A = \begin{bmatrix} 2 & x & 3 \\ m & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & x \end{bmatrix}$$

este inversabilă pentru orice valoare reală a lui x este:

- a) $(-2, 0)$ b) $(3, 7)$ c) $(\frac{2}{3}, 1)$ d) $(-\frac{2}{3}, 3)$
 e) $(-\infty, \infty)$ f) \emptyset g) nu știu

(10pt) **3.** În reperul cartezian canonic xOy se consideră punctele $A(1, 1), B(3, 9)$ și $C(a, a^2), a \in \mathbb{R}$. Punctele A, B, C sunt coliniare dacă:

- a) $a \in \{1, 3\}$ b) $a \in \{-1, 3\}$ c) $a \in \{2, -4\}$ d) $a \in \{0, 3\}$
 e) $a \in \{-1, 2\}$ f) $a \in \{1, 4\}$ g) nu știu

(10pt) **4.** Fie matricea $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$. Atunci valoarea lui $\det(A^{2016})$ este:

- a) 0 b) -4 c) 2^{2016} d) 4^{2016}
 e) 4^{2017} f) 2 g) nu știu

(10pt) **5.** Fie matricea

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Valoarea lui $\det(A^{100} - I_2)$ este:

- a) 1 b) 2 c) 0 d) 3
 e) $3^{100} - 1$ f) 3^{100} g) nu știu

(10pt) **6.** Suma soluțiilor ecuației $\det(A - xI_3) = 0$, unde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

este:

- a) -3 b) 1 c) 6 d) 1
 e) 3 f) ecuația nu are soluții g) nu știu

(10pt) 7. Fie funcția $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \in [0, 1] \\ \frac{a \sin(x-1)}{x^2-3x+2}, & x \in (1, \frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

Valoarea parametrului real a pentru care funcția f este continuă pe $[0, \frac{\pi}{2}]$ este:

- a) $a = 2$ b) $a = 3e$ c) $a = -e$ d) $a = 2e$
 e) $a = e$ f) $a = -2$ g) nu știu

(10pt) 8. Fie funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x}$. Ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f este:

- a) $y = -\frac{1}{2}$ b) $y = \frac{1}{2}$ c) $y = \frac{1}{2}x$ d) $y = -\frac{1}{2}x$
 e) $y = 2x + 1$ f) $y = -2x + 1$ g) nu știu

(10pt) 9. Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuația $2mx^3 - 5x - 12m = 0$ are a cel puțin o soluție în intervalul $(1, 2)$.

- a) $m \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$ b) $m \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{5}{2}, \infty)$ c) $m \in (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ d) $m \in [-\frac{1}{2}, 2]$
 e) $m \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (\frac{5}{2}, \infty)$ f) $m \in (-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$ g) nu știu

(10pt) 10. Să se determine parametrii $\alpha \in (0, \infty), \beta \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\alpha x^2 + \beta x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^x = e^{2016}.$$

- a) $\alpha = 1, \beta = 2017$ b) $\alpha = 1, \beta = 2016$ c) $\alpha = 1, \beta = 2015$ d) $\alpha = 2016, \beta = 1$
 e) $\alpha = e, \beta = 1$ f) $\alpha = 1, \beta = e$ g) nu știu

(10pt) 11. Dacă numerele reale a, b, c verifică relația $a + b + c = \pi$, atunci:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(ax^2 + bx + c)}{x^2 - 1}$$

este:

- a) $\frac{a+2b}{3}$ b) $-\frac{2a+b}{2}$ c) $\frac{a+b}{2}$ d) 0
 e) 1 f) $-\frac{a+b}{2}$ g) nu știu

(10pt) 12. Dacă $l = \lim_{x \rightarrow 0} x^2(1 + 2 + 3 + \dots + [\frac{1}{|x|}])$, unde prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a numărului real a , atunci:

- a) $l = 2$ b) $l = 1$ c) $l = 0$ d) $l = \frac{1}{2}$
 e) $l = 4$ f) $l = \infty$ g) nu știu