

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2016, etapa online
Clasa a X-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnologic, Economic

(10pt) **1.** Câte numere raționale conține mulțimea $A = \{\sqrt[3]{64}, \log_{13} 169, (\frac{1}{16})^{-\frac{3}{4}}, 4^{\frac{1}{2}}, \sin \frac{5\pi}{6}, \sqrt[4]{8}\}$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5 g) nu știu

(10pt) **2.** Dacă $\log_x 1000 = a$, atunci $\lg^2 \sqrt[3]{x}$ este egal cu:

- a) $\frac{1}{a}$ b) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ c) $\frac{1}{a^2}$ d) a e) a^2 f) \sqrt{a} . g) nu știu

(10pt) **3.** Să se determine suma soluțiilor ecuației $\sqrt{x - 2016} + 2016 = x$.

- a) 2016 b) 4034 c) 4032 d) 2017 e) 4031 f) 4033 g) nu știu

(10pt) **4.** Fie funcția $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{2 - \log_2(x+1)}}{x-3}$, unde $D = (a, b)$, $a, b \in \mathbb{R}$, este domeniul maxim de definiție. Atunci $\log_{|a+b|}(b-a)$ este:

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) $\log_2 3$ f) nu există g) nu știu

(10pt) **5.** Dacă f^{-1} este inversa funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -4x + 4$, atunci $f^{-1}(2016)$ este

- a) -507 b) -504 c) 2016 d) -503 e) $\frac{1}{2016}$ f) $-\frac{1}{8060}$ g) nu știu

(10p) **6.** Dacă $4^a + 4^{-a} = 23$, să se calculeze $2^a + 2^{-a}$.

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) $\sqrt{21}$ f) $\sqrt{23}$ g) nu știu

(10p) **7.** Câte numere întregi k au proprietatea $\ln e^k + e^{\ln k} < 2$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) ∞ . g) nu știu

(10p) **8.** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 \cos x$ și afirmațiile:

$a_1 : f$ este funcție periodică; $a_2 : f$ este funcție mărginită;

$a_3 : f$ este funcție crescătoare; $a_4 : f$ este funcție injectivă;

$a_5 : f$ este funcție impară; $a_6 : \text{Im } f = [-1, 1]$.

Câte dintre afirmațiile de mai sus sunt corecte?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) nu știu

(10p) **9.** Să se calculeze modulul numărului complex $z = 1 - \frac{1}{i} + i^{2016}$.

- a) 1 b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2 e) 5 f) 3 g) nu știu

(10p) **10.** Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$ cu coeficienți reali, astfel încât una din rădăcinile ei este $\frac{3-i}{1-3i}$. Să se determine valoarea expresiei $\frac{a \cdot c}{b^2}$.

- a) 1 b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{15}{49}$ d) 2 e) $\frac{25}{36}$ f) $\frac{12}{9}$ g) nu știu

(10p) **11.** Fie z_1, z_2 rădăcinile ecuației $z^2 - z + 1 = 0$. Valoarea expresiei $E = (1 - z_1)^{16} + (1 - z_2)^{16}$ este:

- a) 1 b) -1 c) $\sqrt{3}$ d) 0 e) -2 f) 2 g) nu știu

(10p) **12.** Să se găsească suma soluțiilor naturale ale ecuației $n = 3[\sqrt{n}] + 1$, unde $[x]$ reprezintă partea întregă a lui x .

- a) 17 b) 4 c) 24 d) 14 e) 2 f) 7 g) nu știu